Université Grenoble Alpes **UFR IM^{2}AG**
DU ISN-C2.3 **Année 2018-19**

Langages et Compilation : sémantique statique

Le langage `while`

On considère un langage impératif "simple" constitué de déclarations de variables (entières ou booléennes), de commandes, et d'expressions (entières ou booléennes). Ce langage est défini par la syntaxe abstraite suivante :

P	: :=	D C
D	: :=	var x t | D ; D
C	: :=	x := E | C ; C | si E alors C sinon C | tantque E C
E	: :=	n | b | x | E + E | E * E | E et E | not E

Dans cette grammaire :
- D, C et E désignent respectivement une *déclaration*, une *commande* et une *expression*.
- x désigne un identificateur, dont le nom appartient à un ensemble "Noms".
- t désigne un type, élément de l'ensemble Type = {Entier, Booleen, Void }.
- n désigne une constante entière, et b une constante booléenne (`true` ou `false`).

Notations

On introduit les notations suivantes :
- Environnement : Env = Noms $\longrightarrow$ Type, fonction partielle qui associe un Type à certains Noms. On utilisera la notation ρ pour désigner un environnement.
- $Dom(\rho) = \{x \ / \ \rho(x) \ defini\}$
- Configurations : les règles de sémantique statique vont définir des relations entre configurations,
  - pour une expression : $\mathcal{C}_E \subseteq (E \times \ Env \ ) \cup \ Types$
  - pour une commande : $\mathcal{C}_C \subseteq (C \times \ Env \ ) \cup \ Types$
  - pour une déclaration : $\mathcal{C}_D \subseteq D \cup \ Env$

Sémantique statique pour les déclarations (relation $\xrightarrow{\mathbf{d}} \subseteq \mathcal{C}_D \times \mathcal{C}_D$)

$$var \ x \ t \ \xrightarrow{\text{d}} \ [x \longmapsto t]$$

$$\frac{D1 \ \xrightarrow{\text{d}} \ \rho1 \quad D2 \ \xrightarrow{\text{d}} \ \rho2 \quad Dom(\rho1) \cap Dom(\rho2) = \emptyset}{D1 \ ; \ D2 \ \xrightarrow{\text{d}} \ \rho1 \cup \rho2}$$

Sémantique statique pour les expressions (relation $\xrightarrow{\mathbf{e}} \subseteq \mathcal{C}_E \times \mathcal{C}_E$)

$$< n, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Entier$$

$$< b, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Booleen$$

$$\frac{x \in Dom(\rho)}{< x, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ \rho(x)}$$

$$\frac{< E1, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Entier \quad < E2, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Entier}{< E1 + E2, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Entier}$$

$$\frac{< E1, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Entier \quad < E2, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Entier}{< E1 * E2, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Entier}$$

$$\frac{< E1, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Booleen \quad < E2, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Booleen}{< E1 \ et \ E2, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Booleen}$$

$$\frac{< E, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Booleen}{< \ not \ E, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Booleen}$$

Sémantique statique pour les commandes (relation $\xrightarrow{\mathbf{c}} \subseteq \mathcal{C}_C \times \mathcal{C}_C$)

$$\frac{x \in Dom(\rho) \quad \rho(x) = t \quad < E, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ t}{< x := E, \rho > \xrightarrow{\text{c}} Void}$$

$$\frac{< C1, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void \quad < C2, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void}{< C1; C2, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void}$$

$$\frac{< E, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Booleen \quad < C1, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void \quad < C2, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void}{< \ si \ E \ alors \ C1 \ sinon \ C2, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void}$$

$$\frac{< E, \rho > \xrightarrow{\text{e}} \ Booleen \quad < C, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void}{< \ tantque \ E \ C, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void}$$

Enfin, **la correction d'un programme est définie par la règle suivante :**

$$\frac{D \ \xrightarrow{\text{d}} \ \rho \quad < C, \rho > \xrightarrow{\text{c}} \ Void}{D \ C \ \longrightarrow \ Void}$$