

Langages et Compilation : sémantique dynamique

Le langage while

On reprend la **syntaxe abstraite** du langage **while** (sans procédures) utilisé en sémantique

$p ::= b$
 $b ::= d; c$
statique : $d ::= \text{var } x \mid d; d$
 $c ::= x := e \mid c; c \mid \text{si } e \text{ alors } c \text{ sinon } c \mid \text{tantque } e \text{ c} \mid b$
 $e ::= n \mid \text{vrai} \mid \text{faux} \mid x \mid \text{add}(e,e) \mid \text{and}(e,e)$

Notations

On utilisera les ensembles suivants :

Entiers relatifs : \mathbb{Z} ; Booléens : $\mathbb{B} = \{tt, ff\}$; Valeurs : $\text{Val} = \mathbb{Z} \cup \mathbb{B}$; Adresses : $\text{Adr} = \mathbb{N}$.

On utilisera également les notations suivantes :

— environnement : $\text{Env} = \text{Noms} \rightarrow \text{Adr}$, fonction partielle qui associe une adresse à certains noms.

On utilisera la notation η pour désigner un environnement.

— mémoire : $\text{Mem} = \text{Adr} \rightarrow \text{Val}$, fonction partielle qui associe une valeur à certaines adresses.

On utilisera la notation σ pour désigner une mémoire.

— la fonction $\text{newadr} : \rightarrow \text{Adr}$ renvoie une nouvelle adresse

— la notation $f1[f2]$ dénote la composition des fonctions $f1$ et $f2$ définie par :

$$f1[f2](x) = \begin{cases} f1(x) & \text{si } x \notin \text{Dom}(f2) \\ f2(x) & \text{sinon} \end{cases}$$

— Configurations : les règles de sémantique dynamique vont définir des relations entre *configurations*,

— pour une expression : $\mathcal{C}_E \subseteq (E \times \text{Env} \times \text{Mem}) \cup \text{Val}$

une expression e exécutée dans un environnement et une mémoire donnés fournit une valeur.

— pour une commande : $\mathcal{C}_C \subseteq (C \times \text{Env} \times \text{Mem}) \cup \text{Mem}$

une commande c exécutée dans un environnement et une mémoire donnés fournit une mémoire.

— pour une déclaration : $\mathcal{C}_D \subseteq D \cup \text{Env}$

une déclaration d fournit un environnement.

— pour un bloc : $\mathcal{C}_B \subseteq (B \times \text{Env} \times \text{Mem}) \cup \text{Mem}$

un bloc b exécuté dans un environnement et une mémoire donnés fournit une mémoire.

Sémantique dynamique pour les déclarations (relation $\xrightarrow{d} \subseteq \mathcal{C}_D \times \mathcal{C}_D$) :

$$\text{var } i \xrightarrow{d} [i \mapsto ad] \quad \text{avec } ad = \text{newadr } ()$$

$$\frac{d1 \xrightarrow{d} \eta1 \quad d2 \xrightarrow{d} \eta2}{d1 ; d2 \xrightarrow{d} \eta1 \cup \eta2}$$

Sémantique dynamique pour les expressions (relation $\xrightarrow{e} \subseteq \mathcal{C}_E \times \mathcal{C}_E$) :

$$\langle n, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} n$$

$$\langle \text{vrai}, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} \text{tt}$$

$$\langle \text{faux}, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} \text{ff}$$

$$\langle x, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} \sigma(\eta(x))$$

$$\frac{\langle e1, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} v1 \quad \langle e2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} v2}{\langle \text{add}(e1, e2), \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} v1 + v2}$$

$$\frac{\langle e1, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} b1 \quad \langle e2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} b2}{\langle \text{and}(e1, e2), \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} b1 \wedge b2}$$

Sémantique dynamique pour les commandes (relation $\xrightarrow{c} \subseteq \mathcal{C}_C \times \mathcal{C}_C$) :

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} v}{\langle x := e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma[\eta(x) \mapsto v]}$$

$$\frac{\langle c1, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma' \quad \langle c2, \eta, \sigma' \rangle \xrightarrow{c} \sigma''}{\langle c1; c2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma''}$$

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} tt \quad \langle c1, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}{\langle \text{si } e \text{ alors } c1 \text{ sinon } c2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}$$

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} ff \quad \langle c2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}{\langle \text{si } e \text{ alors } c1 \text{ sinon } c2, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}$$

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} tt, \quad \langle c, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma', \quad \langle \text{tantque } e \text{ c}, \eta, \sigma' \rangle \xrightarrow{c} \sigma''}{\langle \text{tantque } e \text{ c}, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma''}$$

$$\frac{\langle e, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{e} ff}{\langle \text{tantque } e \text{ c}, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma}$$

$$\frac{\langle b, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{b} \sigma}{\langle b, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma}$$

Sémantique dynamique pour les blocs (relation $\xrightarrow{b} \subseteq \mathcal{C}_B \times \mathcal{C}_B$) :

$$\frac{d \xrightarrow{d} \eta_l, \quad \langle c, \eta[\eta_l], \sigma \rangle \xrightarrow{c} \sigma'}{\langle d ; c, \eta, \sigma \rangle \xrightarrow{b} \sigma'}$$

Sémantique dynamique d'un programme :

$$\frac{d \xrightarrow{d} \eta \quad \langle c, \eta, \emptyset \rangle \xrightarrow{c} \sigma}{\langle d ; c \rangle \longrightarrow \sigma}$$